EDUCACIÓN a DISTANCIA

MATEMÁTICA 2

Buenos Aires Provincia
Dirección General de Cultura y Educación
Dirección de Educación de Adultos

MANUAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

GOBERNADORA DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES
Lic. María Eugenia Vidal

DIRECTOR GENERAL DE CULTURA Y EDUCACIÓN
Lic. Gabriel Sánchez Zinny

SUBSECRETARIO DE EDUCACIÓN
Lic. Sergio Siciliano

DIRECTOR DE EDUCACIÓN DE ADULTOS
Prof. Ing. Pedro Schiuma

SUBDIRECTOR DE EDUCACIÓN DE ADULTOS
Prof. Juan Carlos Latini

RESOLUCIÓN DE CREACIÓN 106/18 Adecuación de la estructura curricular modular del Programa Educación a Distancia	Año de impresión 2019 - 2da Edición

PRESENTACIÓN

Este material que hoy llega a sus manos forma parte de una serie de módulos del Programa de Educación a Distancia (Res. 106/18) de la Dirección de Educación de Adultos de la Provincia de Buenos Aires. El mismo busca ampliar el acceso a la educación secundaria de aquellos jóvenes y adultos mayores de 18 años que se encuentren imposibilitados de concurrir a nuestras escuelas.

La evolución de las tecnologías de la información y de la comunicación nos permite repensar el modelo educativo de enseñanza-aprendizaje. El objetivo de la modalidad a distancia es superar las limitaciones de tiempo y espacio de todos aquellos bonaerenses que quieran terminar sus estudios secundarios. Este Programa tiene como propósito que los estudiantes puedan ingresar y egresar en cualquier momento del año, avanzando según su propio ritmo y con la posibilidad de organizar su trayecto formativo.

La Educación a Distancia es una herramienta que se suma a las ofertas de terminalidad secundaria que ofrece la provincia de Buenos Aires en pos de alcanzar a aquellos que el sistema educativo no les proponía una alternativa de estudio que no requiera concurrir a los servicios educativos presenciales de tiempo completo y con desplazamiento diario.

Esta modalidad se caracteriza por la mediatización de la relación entre el docente y el estudiante, a través de recursos de aprendizaje específicos que permiten la actividad autónoma de éstos.

Los estudiantes contarán así con el acompañamiento permanente de un profesor tutor a través de los distintos recursos que ofrece el Campus Virtual (campusvirtualadultos.com.ar), y también en instancias presenciales de encuentros individuales e intercambios abiertos grupales para compartir intereses, preocupaciones, dudas, opiniones, explicaciones, materiales, etc.

Este material estará disponible tanto en formato digital como impreso, para que sin importar sus posibilidades, los estudiantes tengan acceso al mismo. Completar sus estudios secundarios es, fundamentalmente, dar un paso más en la construcción de su ciudadanía.

Director de Educación de Adultos
Prof. Ing. Pedro Schiuma

2

Introducción

Bienvenidos al módulo 2 de matemática sobre funciones y proporcionalidad.

En este módulo estudiaremos las relaciones que pueden darse entre variables, analizaremos si las “ofertas” lo son realmente o si hay ciertos manejos de la información que pueden resultar engañosos. No olviden que la matemática nos ayuda a resolver problemas con un enfoque diferente.

Indagaremos cuestiones geométricas y verán que, con pocos datos, se pueden realizar muchos cálculos. Es cuestión de deducir y entender la lógica subyacente.

Veremos algo más acerca de las figuras geométricas, su perímetro y el área que ocupan en el plano.

Sigamos juntos este apasionante recorrido.

Recuerden que su tutor está a su lado para lo que necesiten, no duden en recurrir a él. Relean el módulo las veces que consideren conveniente y miren los link. Entre todos podemos hacerlo.o.

¡Éxitos en su recorrido!

UNIDAD 1 La proporcionalidad

¡ Empezamos a estudiar!

Conozcamos un poco más sobre este tema leyendo el apunte de clase que se encuentra a continuación.

Apunte de clase: La proporcionalidad

1. Proporcionalidad

Razones y proporciones:

Como ven en la imagen, el ventilador tiene 3 aspas, en 2 ventiladores tendríamos 6 aspas.

La bicicleta tiene 2 ruedas, con 3 bicicletas, tendríamos 6 ruedas.

En ambos casos tanto las aspas como las ruedas aumentan proporcionalmente, esto quiere decir que guardan siempre la misma relación. Analicemos cada caso:

Ventiladores	**Aspas**
1	3
2	6
3	9
Bicicletas	**Ruedas**
1	2
2	4
3	6
4	8

En el caso de los ventiladores, la información de la tabla, la podríamos escribir como fracción:

1/3 “uno a tres”
2/6 “dos a seis”
3/9 “tres a nueve”

Si hiciéramos la cuenta con la calculadora nos daría siempre el mismo resultado, en este caso 0,3333.

Una razón entre dos números es el cociente de la división entre los mismos.

Al primer número se lo llama **antecedente** y al segundo **consecuente.**
La **razón** se mantiene **constante.**
Para las bicis tendríamos: ½, 2/4, 3/6, 4/8 y el resultado de la división: 0,5 en cualquier caso que tomemos.
Decimos 1 es a 2 o 2 es a 4... siendo 1 el antecedente y 2 el consecuente.
Tomemos algunas razones que surgen de la segunda tabla:

$\frac{2}{6} = \frac{3}{9}$ si simplificamos ambas obtenemos ½ (= 0,5).

Las **razones** son pares de **fracciones equivalentes.**
Pueden ver el siguiente video para afianzar el concepto:

VIDEO

“Razones | qué es una razón | Ejemplos”
https://www.youtube.com/watch?v=pGWF7tbHx9k

Analicemos este caso: en un remis viajan 5 personas y por cada auto que sale de la agencia, se repite el número de personas. Tenemos que 1 es a 5 como 3 es a 15.

$$\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$$

La igualdad entre dos razones se llama proporción.

Simbólicamente: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

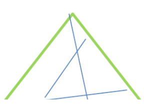
a y d son los extremos y b y c son los medios.

De aquí se desprende la **propiedad fundamental de las proporciones:**

El producto de los extremos es igual al producto de los medios.

a.d = b.c

En el caso de tener dos medios desconocidos obtendríamos:



$\longrightarrow$ x.x =a.b $\longrightarrow$ x^2 = a.b

Por lo tanto x = ± $\sqrt{a.b}$

VIDEO

Pueden ver más sobre este tema en:
“Qué es una proporción EJEMPLOS”
https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=0jUM-p1QyOE

ACTIVIDAD 1

1) Expresar con 2 pares distintos las siguientes razones:
 a. 8 es a 9
 b. 5 / 7
 c. 3 : 5
 d. 3 : 6
 e. 1/ 8
 f. 15 es a 10

2) En una veterinaria de cada 7 animales que atienden, 5 son perros.
 a. Calcular el número de animales por cada 10, 25 y 45 perros.
 b. Calcular el número de perros por cada 21, 84 y 56 animales.

Pueden ayudarse haciendo una tabla.

3)Calcular el elemento desconocido en cada caso.
 a. $\frac{8}{?} = \frac{9}{18}$
 b. $\frac{3}{?} = \frac{?}{48}$
 c. $\frac{?}{3} = \frac{2/9}{2/3}$

2. Magnitudes directamente proporcionales

Cuando hacemos compras, a veces hay algunas ofertas que nos atraen. Pero, ¿son verdaderas ofertas? ¿Pueden ser engañosas?

Vamos a analizar la situación con un ejemplo considerando siempre el mismo producto. La única variable es el envase:

Oferta: botella de aceite 3 l, $99
Botella de aceite de 1,5 l , $48

Para identificar si la **oferta es real,** analizamos el precio de 1 l de aceite.
Teniendo en cuenta la botella de 3 l $99 / 3 = $33
Considerando la de 1,5 l $ 48/ 1,5 = $32
Como ves, la oferta no es tal. Si compráramos 2 botellas de 1,5l para formar los 3l, gastaríamos $48 . 2 = $96.

Calculamos de dos formas diferentes:
- Averiguando el valor unitario, es decir, de 1 l (reducción a la unidad).
- Tratando de igualar las cantidades del producto, 3 l.

Podemos organizar la información en tablas:

L (según la botella de 1,5l)	**Precio**
1	32
3	96
6	192
L (según la botella de 3l)	**Precio**
3	99
1	33
6	198

La relación entre el precio y la cantidad de producto se mantiene constante, podemos decir, que forman proporciones. Lo podemos comprobar tomando valores de la segunda tabla:

3 es a 1 como 99 es a 33:

$\frac{3}{1} = \frac{99}{33}$ La razón es 3

¿Se animan a calcular cuál sería el precio de 10 l? ¿Y de 5 l?
Completen la siguiente tabla, sabiendo que 6 m de tela cuesta $90 y el precio no sufre variaciones por cantidad.

Long. en m	Precio en $
6	90
2	
	45
5	
8	
	15

Piensen cómo calcularon cada valor, qué cálculos hicieron. **Estas reflexiones son parte del quehacer matemático.**

Pensamos en las proporciones que podemos armar:

6/2 = 90/x despejando x tenemos:

X= (90.2)/6 = 30 ¿Es el mismo valor que te dio en la tabla?

Prueben armando las otras proporciones... Comprobamos una relación en la que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno del segundo, esta relación se llama **biyectiva.** Además al aumentar una magnitud aumenta la otra de forma que se mantiene la proporción, por eso son magnitudes directamente proporcionales.

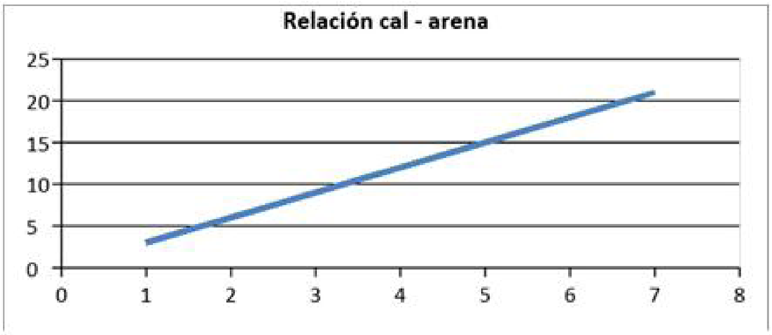
Una función biyectiva es una relación en la que a un elemento del primer conjunto le corresponde uno y sólo uno del segundo y la razón entre ellas es un valor constante (denominado k).

Analicemos otra situación:

La proporción de arena y cal para preparar una mezcla de construcción es: 1 balde de cal, 3 baldes de arena.

A cada valor que representa el número de baldes de cal, le corresponde un único valor que representa el número de baldes de arena. Por eso podemos decir que se trata de una función, ya que a cada cantidad de cal le corresponde **una única** cantidad de baldes de arena.

Podemos representar esta función en un par de ejes cartesianos, en el que usaremos el eje x (horizontal) llamado de las abscisas, para ubicar los valores correspondientes al número de baldes de cal. Sobre el eje vertical, denominado **y**, llamado de las ordenadas, se ubican los valores que corresponden al número de baldes de arena. Al punto (0, 0) es decir x = 0 e y = 0 se lo llama origen de las coordenadas.



El gráfico representa una función **lineal.**

VIDEO

Pueden reforzar este tema visitando:
"Regla de tres simple directa | Ejemplo 1"
https://www.youtube.com/watch?v=uQO_oBKqypQ

ACTIVIDAD 2 Obligatoria

En una zona cercana a la localidad de Chascomús, en la provincia de Buenos Aires, el rendimiento de la cosecha de soja fue de treinta bolsas por hectárea en cada campo.

1) Completen la tabla considerando que el rendimiento de cada hectárea es siempre el mismo.

Superficie del campo (en hectareas)	Cantidad de bolsas de soja
10	30
15	
20	
27	
5	150
40	

2) Representen los pares del cuadro en un gráfico cartesiano.

2) La relación entre la superficie del campo y la cantidad de bolsas cosechadas por hectárea ¿es una relación de proporcionalidad? ¿Por qué?

Continuamos con la lectura del apunte

3. Porcentaje

En una fábrica, 11 de cada 20 operarios asistieron a cursos de prevención de accidentes. ¿Cuántos operarios de cada 100 asistieron?

Formamos las proporciones:

$\frac{11}{20} = \frac{?}{100}$ y despejamos x, siendo x= (11.100) / 20 X= 55.

Equivale a decir que 55 de cada 100 operarios participaron del curso, o lo que es igual a 55% (55 por ciento).

También lo podemos resolver como regla de tres, o sea, que teniendo tres elementos, averiguamos el cuarto:

20 total de operarios ______________ 11 asistieron
100 total de operarios ______________ x asistieron

Operamos como si fueran proporciones y tuviéramos que averiguar un extremo:
(100 . 11) / 20 = 55 obtenemos el mismo resultado.

Otro caso para el análisis:

El 32% de un grupo de 50 personas carga el celular en el lugar donde duerme. ¿Cuántas personas tienen esa costumbre?

50 personas es el total, o sea que equivaldría al 100%.
X personas representan el 32%, entonces:
50 personas _________ 100%
X personas _________ 32%

X = (32.50) / 100 x = 16 personas

Del grupo de 50 personas,16 acostumbran a cargar el celular en el lugar donde duerme.

Otra situación: A Juan le descuentan, según su recibo de sueldo, el 3% como aporte a la obra social y ese importe es de $309. ¿Cuánto cobra Juan?

3% -------------------$309
100% ---------------- $x
(100.309) / 3 = x
x= 10 300

Juan cobra $10.300
En las situaciones de porcentaje se conserva la relación proporcional directa.

ACTIVIDAD 3

Calcular:

a) Una agencia de viajes ofrece un viaje por $4.500 pago contado. Ofrece la misma opción financiada en 12 cuotas de $493. ¿Qué % recarga pagando en cuotas?
b) Un grupo de amigos almuerza en un restaurante. Gastan $890 y por pago efectivo le ofrecen un descuento del 5%. Si deciden pagar en efectivo, ¿cuánto deberán abonar?
c) Para la confección de unas cortinas, el taller pide un adelanto del 30% al cliente. Si el total de la confección cuesta $1800. ¿Cuánto deberá abonar como adelanto?

Continuamos con la lectura del apunte

4. Magnitudes inversamente proporcionales

Un terreno rectangular tiene una superficie de 100 m^2.

Vamos a calcular las posibles longitudes de sus lados: Recordamos que la superficie se calcula: **b.h**. No se olviden de que **h** significa altura.

Planteemos una ecuación que nos ayude a acomodar los datos:

100 m^2 = b.h. Debemos considerar los números cuyo producto nos de 100, armamos una tabla.

Largo (b)	Ancho (h)
1	100
4	25
8	12,5
2	20

Vemos que, a medida que aumenta el largo, disminuye el ancho por lo que podemos afirmar que **no** son directamente proporcionales.

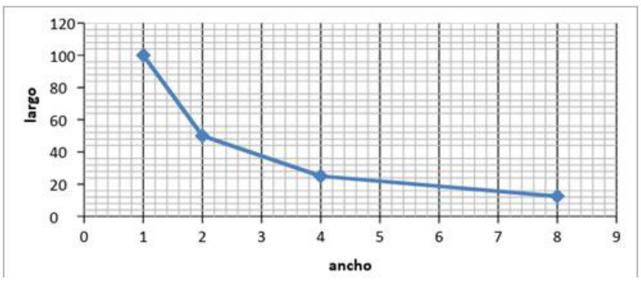
Analicemos la información de la tabla:

Multiplicamos a 1 por 4 para obtener 4 (segundo renglón) y dividimos por 4 a 100 para obtener 25; si tomáramos primer y tercer fila de la columna tendríamos que multiplicamos a 1 por 8 y dividimos a 100 por 8 para lograr 12,5.

Inferimos que en una columna crece mientras que en la otra decrece **proporcionalmente** pero de manera **inversa,** en una multiplicamos y en la otra dividimos (que son operaciones inversas).

Dos magnitudes son inversamente proporcionales si multiplicando una cantidad de una de ellas por un número, la cantidad correspondiente queda dividida por el mismo número.

Representando los valores en ejes cartesianos tendríamos:



Como vemos, no es un recta, sino una **hipérbola**, así que nos podemos dar cuenta de las diferencias de una proporción directa o inversa viendo sus gráficas. Si hubiésemos trabajado con cuadrados cuya superficie es: l^2 , podrán advertir que la gráfica sería distinta... Los invito a probar cómo sería.

Analicemos juntos otro caso: Tenemos que preparar una quinta para la siembra, si trabajan 8 peones, tardarán 6 hs, ¿cuánto tiempo emplearán 12 peones trabajando en las mismas condiciones?

Veamos qué condiciones se cumplen: al aumentar la cantidad de peones, disminuirá el tiempo, o sea que una magnitud aumenta y la otra disminuye, por lo que podemos asegurar que son magnitudes inversas, armemos la tabla para ver si son proporcionales.

Peones	Tiempo (hs)
8	6
4	12
12	4
3	16

Comprobamos que una magnitud es multiplicada por el mismo número por el que la otra magnitud es dividida.

$8 : 2 = 4$ y $6 . 2 = 12$

ACTIVIDAD 4 Obligatoria

Se compró cierta cantidad de alfalfa para alimentar a 4 caballos durante 10 días. Si se mantiene a 5 caballos con la misma cantidad, ¿para cuántos días alcanzará? ¿Y para 8 caballos? Calcular lo pedido (con tabla o por proporciones) y realizar el gráfico.

¿Quedó alguna duda? ¿Alguna actividad que no sé cómo resolverla?
Los espera el tutor en el Campus Virtual o en el encuentro presencial para acompañarlos y ayudarlos.

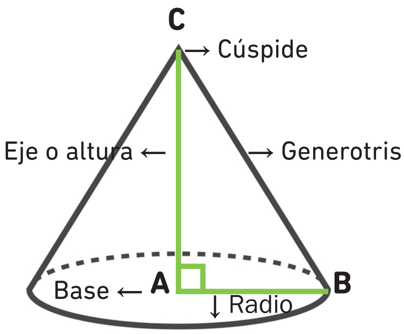
¡ Empezamos a estudiar!

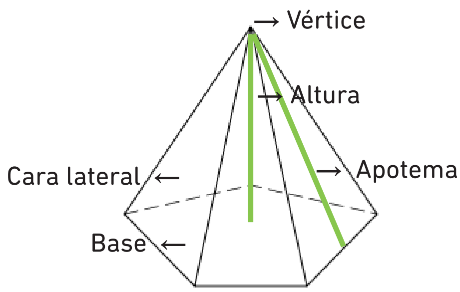
Conozcamos un poco más sobre este tema leyendo el apunte de clase que se encuentra a continuación.

Apunte de clase: Geometría

1. Cuadriláteros convexos

Ya trabajamos en el módulo 1 con diferentes cuerpos geométricos: prismas, cubos, pirámides, octaedros, cilindros, cuerpos cóncavos y convexos.



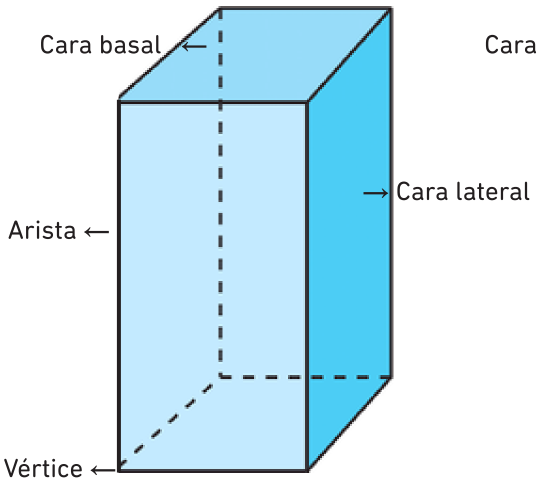


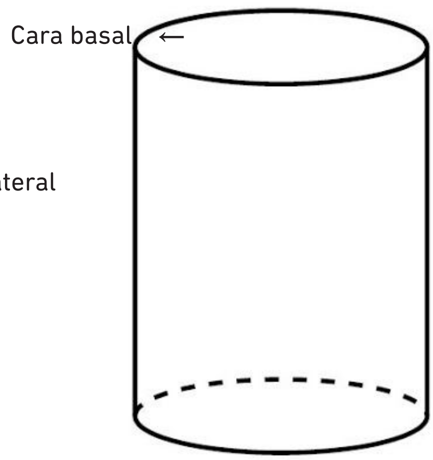
Definimos algunos de los elementos que nos sirven para los poliedros como para los cuerpos redondos:

- **Caras:** son las superficies que limitan el cuerpo geométrico. Estas superficies son figuras geométricas. Las **caras basales** son las que sirven para apoyar el cuerpo en el plano. Las demás caras son llamadas **laterales.**

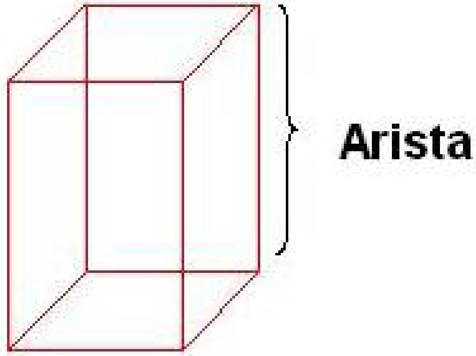
Poliedros
Todas sus caras son planas

Cuerpos redondos
Tienen al menos una cara curva

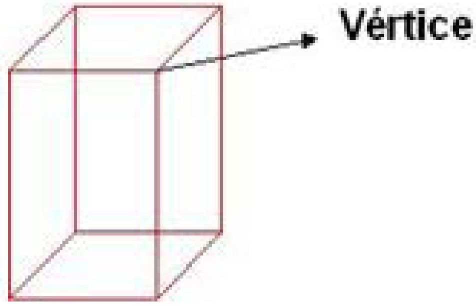


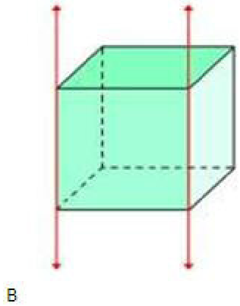


● **Aristas:** son las líneas que se forman cuando se juntan dos caras. Se puede decir también, que son los lados de las figuras geométricas que forman las caras del cuerpo.



● **Vértices:** son los puntos donde se juntan tres o más caras. Originan los ángulos del polígono que forma la cara en estudio.

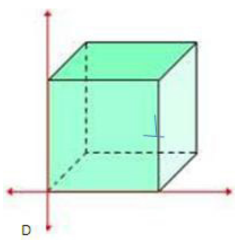




Las rectas que contienen a estas aristas se denominan **paralelas.**

Simbólicamente A // B (Se lee: A es paralela a B).

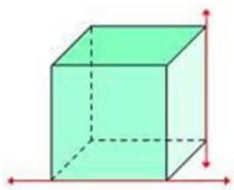
Estas rectas nunca se interceptan (no se cortan).



Las rectas que contienen a estas aristas se denominan **perpendiculares.**

Simbólicamente C ⊥ D (Se lee: C es perpendicular a D).

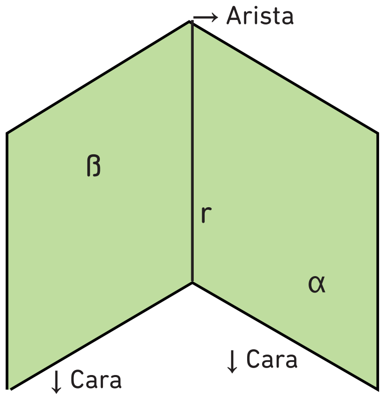
Estas rectas se interceptan formando un ángulo recto (90º).

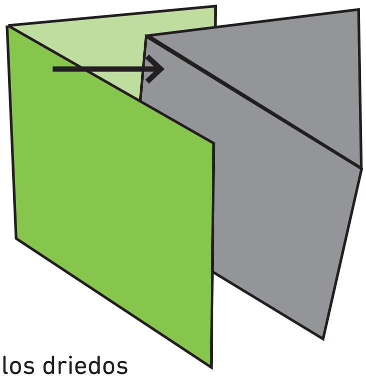


Este par de rectas se denominan **alabeadas** porque pertenecen a planos diferentes.

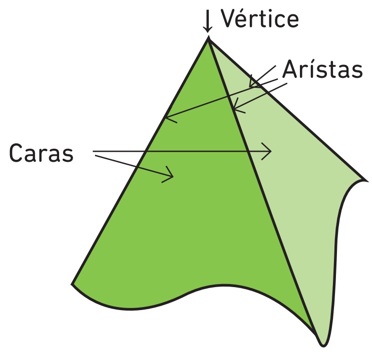
No tienen un símbolo especial para denominarlas.

Al espacio comprendido entre ambas caras se lo llama **ángulo diedro.** Al comprendido por 3 caras se lo llama **ángulo poliedro** y su vértice es el mismo que el del poliedro.





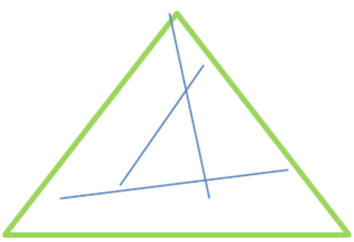
Ángulos driedos



Ángulos poliedro

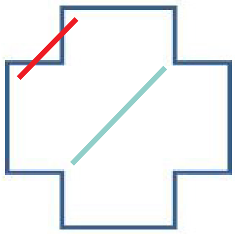
Nos vamos a detener en las caras de los poliedros, es decir las caras que forman polígonos. Pero, ¿qué es un polígono? Justamente es el sector del plano delimitado por segmentos que formarían las aristas del polígono.

Un polígono es un sector del plano delimitado por tres o más segmentos.
Poli, significa muchos y gonos, ángulos.
Un polígono es convexo cuando todos los segmentos que pueden determinarse por dos puntos interiores al polígono quedan incluídos totalmente en él.



Cualquier segmento que marquemos queda incluido en el polígono.

Un polígono es cóncavo cuando algunos de los segmentos cuyos extremos están determinados por puntos interiores del polígono, no quedan totalmente incluidos.



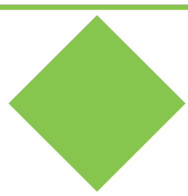
Los extremos del segmento rojo están incluidos en el polígono (son puntos interiores) pero una parte de ese segmento queda fuera del polígono, es decir una porción está excluida de la figura.
En cambio, el segmento celeste queda totalmente incluido.

Vamos a trabajar con polígonos convexos partiendo de cuadriláteros (polígonos de 4 lados).

Los cuadriláteros tienen tres clasificaciones principales: paralelogramos, trapecios y trapezoides.

Paralelogramos

Son los cuadriláteros que tienen los lados paralelos dos a dos.

Nombre	Figura	Características
Cuadrado		Tienen los 4 lados iguales y los 4 ángulos rectos.
Rectángulo		Tienen lados iguales de dos a dos y los 4 ángulos rectos.
Rombo		Tienen los 4 lados iguales.
Romboide		Tienen lados iguales de dos a dos.

Trapecios

Cuadriláteros que tienen dos lados paralelos, llamados base mayor y base menor. Se clasifican en:

Nombre	Figura	Características
Trapecio rectángulo		Tiene un ángulo recto.
Trapecio isósceles		Tiene dos lados no paralelos iguales.
Trapecio escaleno		No tiene ningún lado igual ni ángulo recto.

Trapezoides

Cuadriláteros que no tiene ningún lado igual ni paralelo.

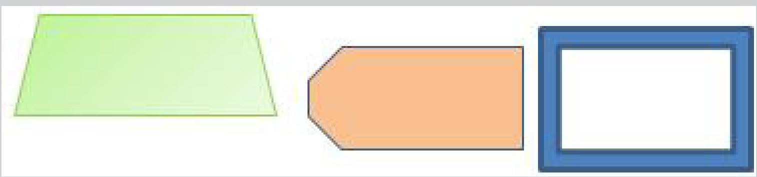
	Cuadriláteros que no tienen ningún lado igual ni paralelo.

Pueden profundizar este tema visitando:

- https://www.portaleducativo.net/tercero-basico/146/Cuadrilateros-y-su-clasificacion
- https://es.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-foundations/hs-geo-polygons/e/quadrilateral_types

ACTIVIDAD 5

1) Clasificar estos polígonos en cóncavos y convexos



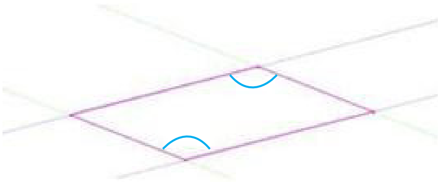
2) ¿A qué clase pertenece el polígono verde atendiendo a sus lados?
3) Escribir verdadero o falso
   - Todo cuadrado es paralelogramo.
   - Algunos cuadrados son rectángulos.
   - Todos los rombos son cuadrados.
   - Todos los cuadrados son rombos.

Continuamos con la lectura del apunte

2. Posiciones de 2 rectas en el espacio

Dos rectas paralelas intersectadas por una tercera determinan ángulos que poseen características especiales.

Si tenemos un paralelogramo:



En esta figura dos de los lados pertenecen a rectas paralelas, intersectada por una tercera que, como las corta en un punto decimos que es secante a las anteriores.

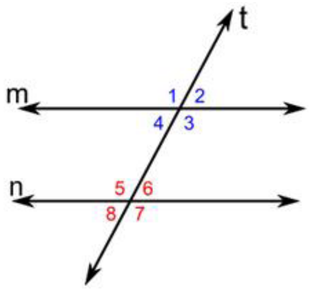
Los ángulos interiores señalados son congruentes (miden lo mismo).

Analicemos la situación. Repasamos:

Los ángulos:
- **Opuestos por el vértice son congruentes.**
- **Complementarios suman 90º.**
- **Suplementarios suman 180º**

T es la recta secante; M y N son paralelas.

La designación con mayúsculas y/o minúsculas es una convención, pueden encontrarlo de ambas formas. Lo importante es recordar que son rectas.



Ángulos correspondientes:

Son los que se encuentran en el mismo lado de la secante, un ángulo en la parte interior y otro en el exterior de las paralelas. En el ejemplo anterior, las parejas de ángulos: $\hat{1}$ y $\hat{5}$; $\hat{2}$ y $\hat{6}$; son **ángulos correspondientes.**

Los ángulos correspondientes son congruentes. Lo podés verificar porque al superponer la recta n sobre m, los ángulos $\hat{1}$ y $\hat{5}$ coinciden.

Ángulos alternos:

Son los que se sitúan a distinto lado de la transversal. Ejemplo: $\hat{1}$ y $\hat{7}$

Los alternos son congruentes porque al superponer las paralelas quedarían $\hat{1}$ y $\hat{7}$ como **opuestos por el vértice**, y ya sabemos que los ángulos que ocupan esa posición son congruentes.

Alternos externos:

Son los que se encuentran a distinto lado de la secante y en la zona externa de las rectas paralelas. Las parejas de ángulos: $\hat{1}$ y $\hat{7}$; $\hat{2}$ y $\hat{8}$ se llaman **ángulos alternos externos.**

Los ángulos alternos externos son congruentes. Pensamos: $\hat{8}$ es correspondiente con $\hat{4}$ $\Longrightarrow$ son congruentes y $\hat{4}$ es opuesto por el vértice $\hat{4}$,congruentes también, por transitividad $\hat{8}$ es congruente con $\hat{2}$.

Alternos internos:

Son los que se encuentran a distinto lado de la secante y en la zona interior de las rectas paralelas. Las parejas de ángulos: $\hat{4}$ y $\hat{6}$; $\hat{3}$ y $\hat{5}$ se llaman **ángulos alternos internos.**

Los ángulos alternos internos son congruentes. La justificación de la congruencia es la misma que para los alternos externos.

Ángulos conjugados:

Son los que se encuentran del mismo lado de la secante $\hat{1}$ y $\hat{8}$; $\hat{4}$ y $\hat{5}$.

Siempre son suplementarios.

Ángulos conjugados internos:

Los ángulos conjugados internos son los que se encuentran del mismo lado de la secante y entre de las rectas. Son conjugados internos los siguientes ángulos $\hat{4}$ y $\hat{5}$; $\hat{3}$ y $\hat{6}$.Los ángulos conjugados internos son suplementarios.

Ángulos conjugados externos:

Los ángulos conjugados externos son los que se encuentran del mismo lado de la secante externamente a las paralelas. Son conjugados externos los siguientes ángulos: $\hat{1}$ y $\hat{8}$; $\hat{2}$ y $\hat{7}$. Los ángulos conjugados externos son suplementarios.

Teniendo en cuenta lo anterior, podemos calcular los valores de los ángulos sabiendo sólo el de uno:

Supongamos que $\hat{1} = 110°$, podemos inferir que:

$\hat{2} = 70°$ por ser adyacente a $\hat{1}$ por lo tanto suplementario.

$$\hat{1} + \hat{2} = 180°$$

$$110° + \hat{2} = 180°$$

$$\hat{2} = 180° - 110°$$

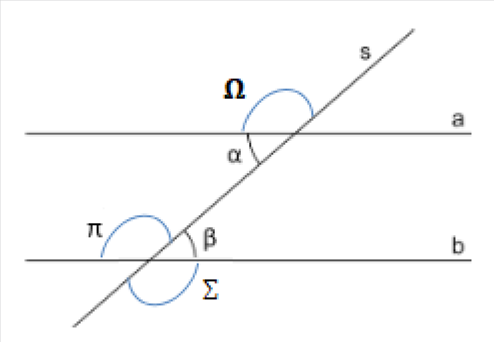
$$\hat{2} = 70°$$

VIDEO

Si tienen dudas o quieren ahondar en el tema, pueden ver el siguiente video:
"Ángulos determinados por rectas paralelas cortadas por una transversal"
https://www.youtube.com/watch?time_continue=2&v=ow2Fs2vitQs

ACTIVIDAD 6 Obligatoria

1) Siendo A y B paralelas y S secante, observar el gráfico y escribir:



a) Un par de ángulos:
- Conjugados
- Alternos internos
- Correspondientes
- Opuestos por el vértice
- Alternos externos

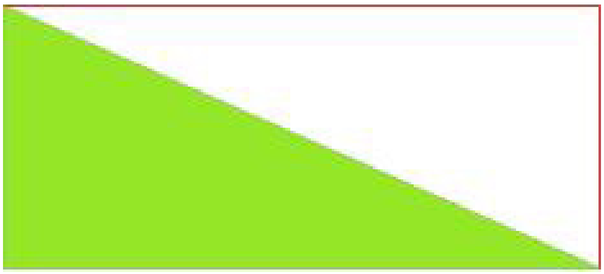
b) Qué relación se establece entre...
- Σ y π
- α y β
- Ω y π

c) Si β = 43º, calculá la amplitud de Σ, α y Ω y justificar. Explicar por qué miden lo que piensan.

Continuamos con la lectura del apunte

3. Ángulos interiores de cuadriláteros

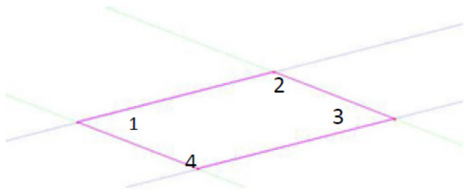
Observar la siguiente figura.



Tenemos 2 triángulos que forman un cuadrilátero. Sabemos que los ángulos interiores de los triángulos suman 180º, si duplicamos los triángulos, también se duplica el valor de la suma de los ángulos, por lo tanto, podemos enunciar que la suma de los ángulos interiores de los cuadriláteros es igual a 360º. Conservan una relación directamente proporcional.

La suma de los ángulos interiores de los cuadriláteros es 360º.

Calculemos el valor de cada ángulo en el siguiente paralelogramo:



Si $\hat{1}$= 43° ; $\hat{4}$= 137° por conjugados internos que son suplementarios (sumados dan 180°).

Analizamos $\hat{1}$ y $\hat{2}$. Podemos decir que son conjugados internos por lo tanto:

$\hat{2} = \hat{4} = 137°$

$\hat{3}$ y $\hat{4}$ son conjugados internos, suplementarios también. Ya tenemos todas las amplitudes:

$\hat{1}$= 43°

$\hat{2}$= 137°

$\hat{3}$= 43°

$\hat{4}$= 137°

Sumamos las 4 amplitudes y tenemos por total 360°.

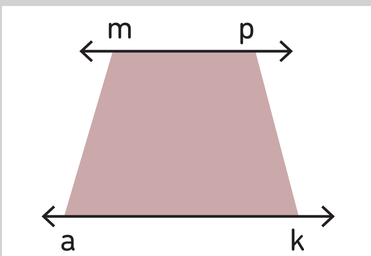
¿Qué pasaría con los ángulos de un cuadrado? ¿Y de un rectángulo? Sabemos que los 4 son rectos, podemos comprobar que la suma de los 4 en ambos casos da 360° porque 4. 90° = 360°.

WEB

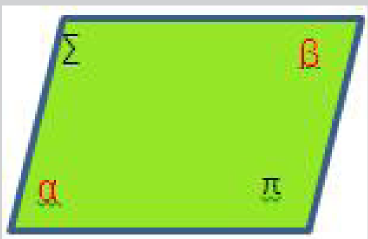
En este sitio encontrarán ejercicios para resolver y practicar este tema:
"Los ángulos en cuadriláteros"
https://es.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-foundations/hs-geo-polygons/e/quadrilateral_angles

ACTIVIDAD 7 Obligatoria

1) Calcular el valor de todos los ángulos de este trapecio isósceles sabiendo que α = 38° (ayudita extra son las prolongaciones de las bases que son rectas paralelas).



2) Conociendo que α + β= 102°, calcular la amplitud de los demás ángulos y justificar las respuestas.

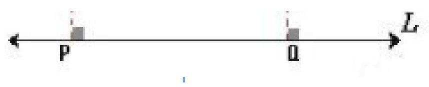


Continuamos con la lectura del apunte

4. Semirrectas y segmentos

Estuvimos hablando de las rectas paralelas, pero ellas no son elementos de las figuras. Los lados de las figuras están limitados por “porciones” de rectas, es decir pedacitos que tienen principio y fin. Si trazamos una porción de recta de 5 cm, al medir esa porción comenzaremos con el 0 de la regla y terminaremos el recorrido en el 5. Ese “pedacito de recta” es lo que llamamos **segmento.**

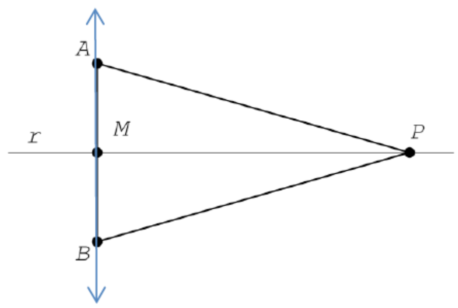
Segmento es una porción de recta delimitado por dos puntos que pertenecen a la misma y que forman los extremos del segmento.



L es la recta que contiene al segmento $\overline{pq}$

Los puntos p y q son los **extremos** y la **distancia** entre p y q es la **longitud** del segmento.

Cuando un grupo de segmentos pertenecen a la misma recta decimos que están **alineados** o **colineales,** cuando pertenecen a distintas rectas, entonces son **no alineados** o **no colineales.**



R es la recta que contiene al segmento $\overline{MP}$.

$\overline{AM}$ y $\overline{MB}$ son segmentos alineados, pertenecen a la recta S.

$\overline{AM}$ y $\overline{MP}$ son no alineados.

Dos segmentos son colineales o están alineados cuando están incluidos en la misma recta.

$\overline{AM}$ y $\overline{MB}$ tiene en común un extremo, el punto M, por lo tanto decimos que son consecutivos.

Dos segmentos son consecutivos cuando tienen un extremo en común.

$\overline{AM}$ y $\overline{MB}$ también son consecutivos porque comparten el extremo M.

El punto M marca a la recta S, determinando dos partes. La parte de S que contiene al punto A y la que contiene al punto B. Estas secciones de la recta, que tienen principio pero no fin, se llaman **semirrectas.** En nuestro caso, en la recta S quedan determinadas 2 semirrectas por el punto M, la semirrecta que se origina en M y contiene a A y la que se origina en M conteniendo a B. Se llaman **opuestas** porque pertenecen a la misma recta.

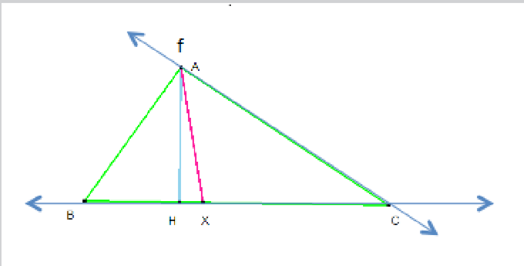
Se denominan: $\overrightarrow{MA}$ y $\overrightarrow{MB}$

Recuerden que pueden encontrar diferencias en las notaciones (en cuanto a uso de letras minúsculas y mayúsculas).

Semirrecta es una porción de recta cuyo origen está determinado por un punto. No tiene fin y las dos direcciones definen dos semirrectas opuestas.

ACTIVIDAD 8 Obligatoria

- Dado el siguiente gráfico, determinar:



a) Un par de segmentos
- Consecutivos alineados.
- Consecutivos no alineados.
- No consecutivos alineados.
- No consecutivos, no alineados.

b) Escribir verdadero o falso:
- La recta r contiene al punto c _____
- La semirecta HB es opuesta a la HC _____
- El segmento HX pertenece a la recta t _____
- AC es consecutivo de BH _____

VIDEO
Si tienen alguna duda o quieren saber más sobre el tema, pueden ver:
"¿Qué es un segmento?"
https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=y8KxC-ENGrM

¿Quedó alguna duda? ¿Alguna actividad que no sé cómo resolverla?
Los espera el tutor en el Campus Virtual o en el encuentro presencial para acompañarlos y ayudarlos.

¡ Empezamos a estudiar!

Conozcamos un poco más sobre este tema leyendo el apunte de clase que se encuentra a continuación.

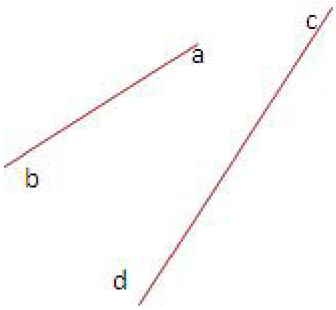
Apunte de clase: Funciones y geometría

1. Perímetro

Cuando deseamos resolver situaciones en las que se trabaja con porciones de rectas como por ejemplo la cantidad de alambre necesario para cercar un corral o la cantidad de burlete que necesitamos comprar para colocarlo en una ventana, usamos las medidas de los lados de esos sectores que son figuras geométicas y que se llaman segmentos.

En ocasiones anteriores, estudiamos las disposiciones de los segmentos: en la misma recta, en rectas diferentes, con un extremo en común, sin extremos comunes.

Ahora nos referiremos a la longitud de los segmentos que forman los lados de los polígonos.



Observando estos segmentos nos damos cuenta de que la longitud de los mismos no es igual.

Uno mide más que el otro, es más largo, decimos que:

$\overline{ab} \neq \overline{cd}$

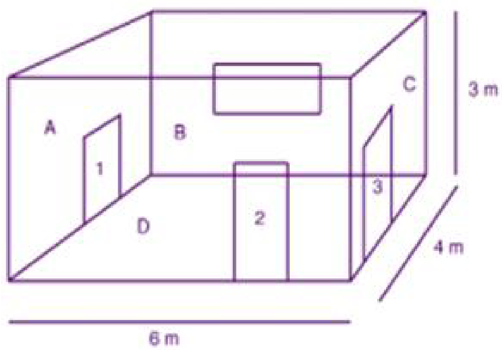
Si midieran lo mismo diríamos que:

$\overline{ab} \cong \overline{cd}$

Para comparar segmentos podemos usar la regla, el metro, el compás... los instrumentos a utilizar dependerá de lo que se quiera medir. Nadie medirá un campo con un compás ni usará un metro de carpintero para medir la longitud de un tornillo de anteojos...

Si les interesan las variedades y usos de distintos compases, pueden visitar: http://creatividadibtec.blogspot.com.ar/2010/03/normal-0-21-false-false-false-es-co-x.html

El siguiente, es un croquis de una habitación, las medidas son las siguientes:



Habitación:

Largo: 6 m.

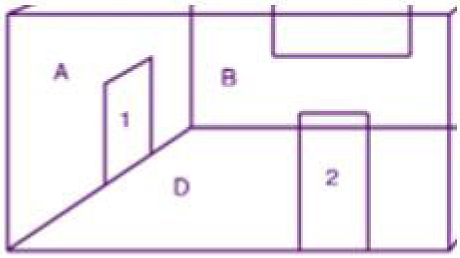
Ancho: 4m.

Alto: 3m

Puertas (1, 2,3): Ancho: 1m. Largo: 2m

Ventana (1): Alto: 1m. Largo: 3m

Si queremos hacer una semejanza con las figuras geométricas que se usaron para realiza el croquis diremos que se usaron rectángulos de diferentes tamaños para representar esta habitación. La diferencia de estos rectángulos radica precisamente en la longitud de los segmentos que los determinan. La base (piso de la habitación) mide 6m x 4 m. La pared más extensa es de 6 m de largo x 3 m. de altura.



Si tuviéramos que colocar una moldura alrededor de esa pared, ¿medirían cada uno de los 4 lados? Seguramente no, porque saben que los lados mayores son congruentes, miden lo mismo, y los lados menores cumplen la misma relación.

Algebraicamente: 2 L + 2 l entendiendo que L: lado mayor y l: lado menor
Entonces, partiendo de la igualdad y reemplazando datos tenemos:
$2L + 2l = x$
$2.\ 6\ m + 2.3\ m = 12\ m + 6\ m = 18\ m$
Necesitaríamos 18 m de moldura.
Ya tenemos la fórmula para el cálculo del perímetro del rectángulo:

Perímetro rectángulo: 2L + 2 l

ACTIVIDAD 9

1) Calcular el perímetro de un campo rectangular de 200 m de largo por 130 m de ancho.
2) Si se quiere alambrar el mismo campo con 3 vueltas de alambre, ¿cuánto alambre se necesita?
3) Si el costo del alambre es de $531 por 100 m y el del envío es del 30% del valor de la compra, ¿cuál será el pago que deberá realizarse?.
4) Si el campo tuviera forma de paralelogramo, cuyos lados midieran lo mismo que los lados del campo rectangular, ¿se necesitaría la misma cantidad de alambre? ¿Por qué?.

Continuamos con la lectura del apunte

2. Figuras circulares, longitud

Si necesitamos medir el "perímetro" de un círculo nos resultará difícil usar los elementos que tenemos a mano. Tal vez podamos rodearlo con un hilo y luego medir la extensión del hilo. Sería más complicado si lo que tenemos que medir es un tanque australiano que da de beber al ganado.

Tenemos ciertas fórmulas que pueden ayudarnos.

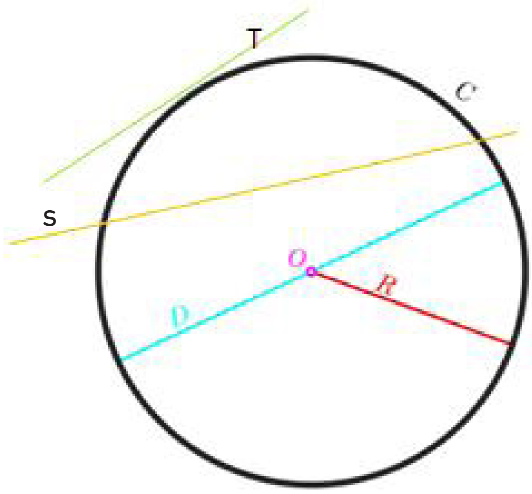
Recuerden que la circunferencia es el límite del círculo (es el perímetro) y se llama longitud a su extensión.

Longitud de circunferencia: $\pi\ .\ 2r$ o $\pi\ .\ D$

Ya habíamos hablado del número π en ocasiones anteriores. Vamos a recordarlo y a clarificar algunos conceptos de circunferencia y círculo:

VIDEO

- "¿Cómo podemos calcular PI?"
https://www.youtube.com/watch?time_continue=4&v=PKIFfm-oTQY
- "Perímetro del circulo "medida de la circunferencia""
https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=FNN4PCIM7i0



C es circunferencia (también puede aparecer como Cf).

T es la recta **tangente** a la Cf, es decir sólo tienen un punto en común.

S es la recta **secante**, corta a la Cf en dos puntos.

O es el punto central de la C, todos los puntos que forman la C están a la misma distancia de O, es decir, son **equidistantes.**

R es el **radio**: distancia del centro a cualquier punto de la C.

D es el **diámetro**, segmento que une dos puntos de Cf pasando por O. La relación de D con el R es del doble → D = 2 R.

Ya tenemos los **elementos** de la Cf: longitud, centro, radio, diámetro.

Ahora podemos calcular la longitud del bebedero circular para colocarle un borde de protección para el ganado.

Suponiendo que el diámetro de dicho tanque es de 6 m. ¿Cuánta moldura de protección tendríamos que comprar?

Long Cf = π. D reemplazando,

Long Cf = 3,14. 6 m = 18,84 m.

Necesitaríamos 18,84 m de banda de protección.

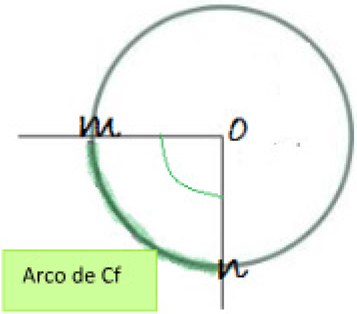
Sigamos...Observen el sector que pertenece a la Cf, tiene origen en S y finaliza en C. A ese sector se lo llama **arco de Cf.**

Entonces:

Arco de circunferencia es la longitud que queda contenida entre dos puntos de la Cf. Y para calcular dicha longitud usaremos las relaciones entre el ángulo central (cuyo vértice es el centro de la Cf) y la longitud.

En nuestro caso, la longitud de Cf es de 18,84 m y corresponde a toda la vuelta a la Cf, es decir al recorrido de su ángulo central que es de 360º. Supongamos que queremos saber la longitud que queda determinada por un ángulo de 90º con el mismo origen que el central.

En este gráfico tenemos el ángulo cuyo vértice coincide con el centro de la Cf y dos puntos señalados en la misma: m y n, el sector verde es el segmento del cual queremos saber la longitud y lo denominamos: $\overset{\frown}{mon}$.



Planteamos las razones: 360º es a la long Cf como x es a 90º.

$$\frac{360^\circ}{18{,}84m} = \frac{90^\circ}{Xm}$$

Inferimos que son directamente proporcionales porque al aumentar el ángulo también aumenta la longitud.

360 º ________________ 18,84 m

90º ________________ x

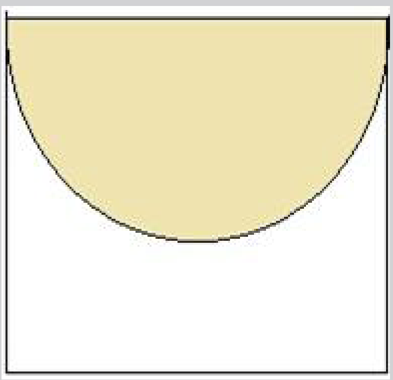
Por la propiedad fundamental de las proporciones (el producto de los medios es igual al producto de los extremos) tenemos:

X= (90º . 18,84 m) / 360º = 4,71 m.

ACTIVIDAD 10 Obligatoria

1) Calcular la longitud de una Cf cuyo radio mide 5 cm y de un arco de la misma determinado por un ángulo central de 50º.

2) Sabiendo que el espacio sombreado (semicírculo) será dedicado a la cría de gallinas ponedoras, para lo cual hay que alambrarlo, calcular la cantidad de alambre que hay que comprar si la parcela total tiene forma de cuadrado de 30 m de lado.



3) Además se quiere bordear al resto del predio (del punto anterior) con tejido romboidal (que se vende por m lineal). ¿Cuánto tejido se tendrá que comprar?

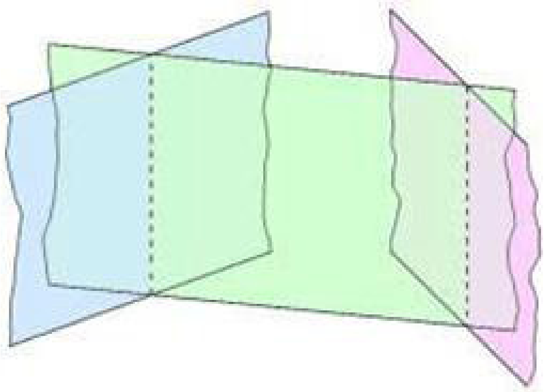
4) Calcular la distancia recorrida por un ciclista cuya rueda de bicicleta tiene un radio de 65 cm luego de que la misma girara 15 veces.

Continuamos con la lectura del apunte

3. Área o superficie de figuras geométricas

Hasta ahora hicimos un análisis del contorno o "perímetro" de las figuras, vamos a empezar a estudiar el sector del plano que ocupan.

Existen infinitos planos en el espacio, de los cuales, algunos participan de la configuración de los cuerpos geométricos que son los que dejan una huella (una marca) si los apoyamos sobre alguno de los planos. Dijimos que, a esta huella, la llamamos figura y que está delimitada por porciones de recta o segmentos.



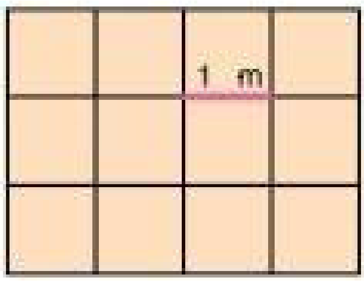
En la figura vemos con un modelo ideal, cómo los planos se intersectan entre sí. Si prolongáramos el azul y el lila y le agregáramos dos caras laterales tendríamos un cuerpo cuya base, la verde, es un rectángulo.

Precisamente ese sector que ocupan es lo que vamos a profundizar ahora

Un agricultor va a comprar un campo y le dan a elegir entre uno que mide 190 m de frente por 110 m de fondo y el otro 150 m por 140 m. El fabricante de alambrados le aconseja: "Comprá el de 190 por 110 porque tiene mayor perímetro así que debe tener mayor superficie".

Al agricultor le interesa poseer la mayor región interior, la mayor superficie, que es donde él planta y cosecha.

Para calcular el perímetro de un polígono basta con sumar la longitud de sus lados. En este caso, como se trata de rectángulos tienen dos pares de lados iguales. Para calcular el perímetro, basta con multiplicar por dos cada lado y sumar los resultados.

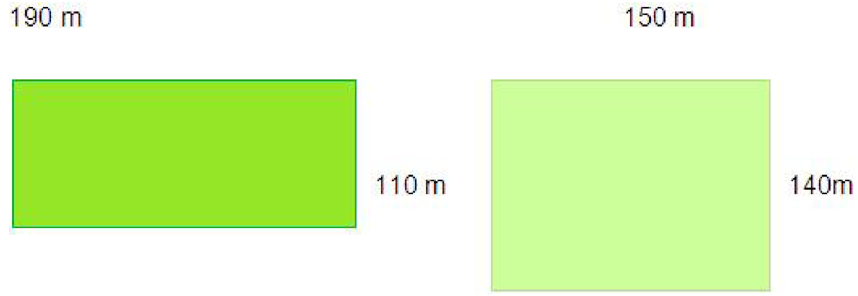


En este rectángulo tenemos 3 cuadrados de alto y 4 de ancho.

Cada cuadrado mide 1 m de lado, por lo que deducimos que el rectángulo mide 4 m de lado mayor y 3 m de lado menor. Podemos contar la cantidad de cuadrados y tendríamos el resultado: 12 cuadrados. El verdadero problema surgiría si tenemos una unidad de medida muy pequeña o un área muy grande para calcular, por eso, apelamos a las fórmulas. En este caso 3 m x 4 m = 12 m^2. Y usamos m^2 porque multiplicamos por sí misma la magnitud que acompaña al número (3 x 4 = 12 y m x m = m^2, recuerden lo visto en el módulo 1 acerca de potencias de igual base).

¿Cómo hacemos para calcular el espacio que ocupa? L x l = área.

Volvamos al problema del campo, tenemos 2 opciones:



Calculamos el perímetro de ambos:

190 m X 2 + 110 m x 2 =
380 m + 220 m = 600 m

150 m x 2 + 140 m x 2=
300 m + 280 m = 580 m

Como vemos, el de menor perímetro es el campo de 150 m x 140 m.
Veamos el área:
190 m x 110 m = 20 900 m^2 150 m x 140 m = 21 000 m^2

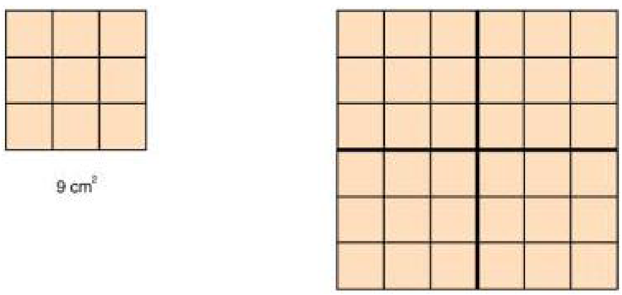
El terreno que tiene mayor perímetro tiene menor área. Por lo tanto a mayor perímetro no le corresponde mayor área, como se podría suponer. Nos damos cuenta de que perímetro y área no son magnitudes directamente proporcionales.

Analicemos otro caso:
Si tenemos el área de 500 m^2, ¿de qué medidas podrán ser los lados del rectángulo? Hay muchas opciones, veamos algunas
10 m x 50 m
20 m x 25 m
40 m x 12,5 m

Para los casos elegidos, calculamos el perímetro:
10 m x 2 + 50 m x 2 = 20 m + 100 m = 120 m
20 m x 2 + 25 m x 2 = 40 m + 50 m = 90 m
40 m x 2 + 12,5 m x 2 = 80 m + 25 m = 105 m
Comprobamos nuevamente que tenemos diferentes perímetros para la misma área.

Área o superficie es el espacio que ocupa una figura en el plano.

¿Qué sucederá con el perímetro y la superficie de un cuadrado (que es un rectángulo en particular)?
Supongamos un cuadrado de 3 cm de lado. Si se duplica la medida de su lado, ¿qué sucede con el perímetro? ¿por qué número queda multiplicada su superficie?



Al duplicar el lado (de 3 cm se pasó a 6 cm) el perímetro quedó duplicado (de 12 cm se pasó a 24 cm).

En el mismo gráfico se observa que la superficie es de 36 cm² y que el cuadrado entra 4 veces en el nuevo cuadrado. Es decir que al duplicar el lado, la superficie se cuadruplicó.

También se puede hallar la solución mediante un procedimiento aritmético.

Solución aritmética:

Perímetro del cuadrado = 4 . Lado

Perímetro del cuadrado pequeño = 4 . 3 cm = 12 cm

Perímetro del cuadrado más grande = 4 . 6 cm = 24 cm

Como puede observar al duplicar el lado del cuadrado, el perímetro se duplicó.

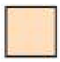
Superficie del cuadrado = L^2 (= L x L que como es el mismo L, lo escribimos como L^2).

Superficie del cuadrado menor = $(3cm)^2 = 9\ cm^2$

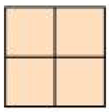
Superficie del cuadrado mayor = $(6\ cm)^2 = 36\ cm^2$

La superficie del primer cuadrado es de 9 cm^2 y la del segundo mide 36 cm^2.

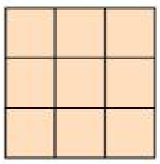
Seguimos analizando qué sucede con la superficie de los cuadrados al modificar la longitud del lado. Consideramos estas variaciones a partir de las medidas de un cuadrado de 1 cm de lado. Su superficie es de 1 cm^2.



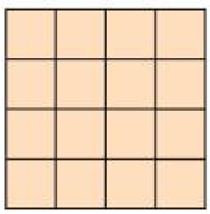
1 cm^2



Si se duplica el lado del cuadrado se observa que su superficie quedó multiplicada por 4.



Si se triplica el lado del cuadrado se observa que su superficie quedó multiplicada por 9.



Si se cuadruplica el lado del cuadrado la superficie queda multiplicada por 16.

Podemos observar que no existe relación de proporcionalidad directa entre la medida del lado de un cuadrado y su superficie.

Para calcular el área de otras figuras siempre tomamos como referencia al rectángulo, entonces tendremos que el triángulo es la mitad del rectángulo y su área también será la mitad, es decir: $\frac{bxh}{2}$

WEB

Para ver algo más acerca del cálculo de perímetros y áreas pueden visitar:
https://es.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-foundations/hs-geo-area/v/perimeter-and-area-of-a-non-standard-polygon

VIDEO

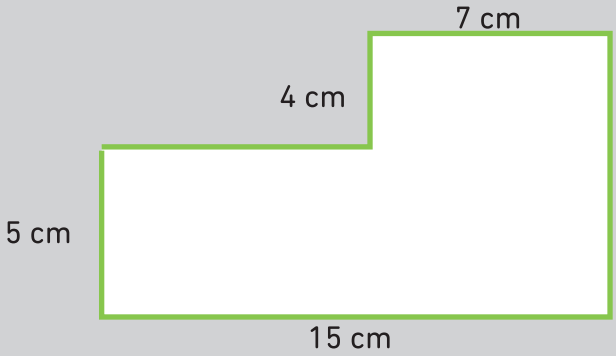
Algunas actividades para repasar:
"Área y perímetro de un polígono no estándar"
https://www.youtube.com/watch?time_continue=59&v=uFdPKwKtu0g

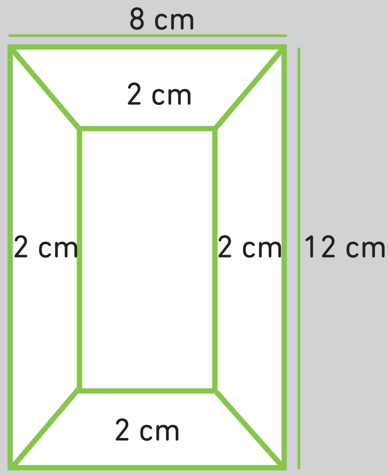
Fórmulas más usadas para el cálculo de área:

Nombre	Perímetro	Área
Cuadrado	Lx4	L^2
Rectángulo	Lx2 + lx2	Lxl o bxh (base por altura)
Triángulo	$L_1 + l_2 + l_3$	$\frac{bxh}{2}$
Rombo	Lx4	$\frac{bxh}{2}$
Paralelogramo	Lx2 + lx2	Bxh
Trapecio	$L_1 + l_2 + l_3 + l_4$	$\frac{B+b}{2} \times n$
Polígono regular	n - número de lados nxl	$\frac{\text{Perímetro x apotema}}{2}$
Circunferencia y círculo	$\pi \times 2r$	$\pi \times r^2$

ACTIVIDAD 11

1) Hallar la superficie de las secciones de cada una de las estructuras de acero que se muestran en las siguientes figuras.



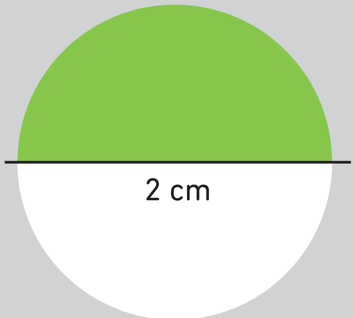


2) Si el perímetro de un cuadrado es 36 cm.

a) Calcular la medida de la superficie de este cuadrado.

b) Encontrar qué altura debe tener un paralelogramo si tiene la misma superficie que el cuadrado y su base mide 6 cm.

3) Averiguar la superficie de la zona sombreada y la longitud de la Cf que la contiene:



ACTIVIDAD 12 Obligatoria

1) Un corral rectangular de 6 m de largo y 24 m^2 de área, está rodeado por un vallado de 3 vueltas de alambre. Se pretende agregar un sector para separar a las crías recién nacidas y sus madres del resto de los animales. Calcular:

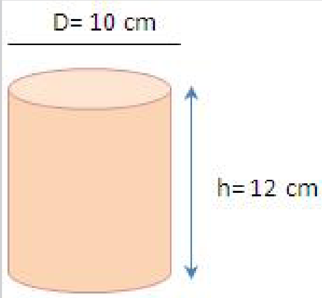
a) Los m de alambre que se necesitan para el vallado.

b) Los m que deben agregarse para la parte del nuevo sector.

c) El área total del corral ampliado.

2) Calcular el área de una lata de duraznos de las medidas que muestra la figura.

CONTINÚA »



3) De una plancha de hojalata de forma rectangular de 60 cm x 1 m. ¿Cuántas latas podrán confeccionarse? Teniendo en cuenta lo calculado en el punto 2.

¿Quedó alguna duda? ¿Alguna actividad que no sé cómo resolverla?
Los espera el tutor en el Campus Virtual o en el encuentro presencial para acompañarlos y ayudarlos.

BIBLIOGRAFÍA

- Apuntes de Cátedra Gutiérrez. (2016) Matemática. Buenos Aires, Argentina. UBA, CBC
- Equipos Técnicos del Programa de Acciones Compensatorias en Educación del Ministerio de Educación. Matemática 4. Buenos Aires, Argentina. Ministerio de Educación de la Nación.
- Equipos Técnicos del Programa de Acciones Compensatorias en Educación del Ministerio de Educación. Matemática 5. Buenos Aires, Argentina. Ministerio de Educación de la Nación.
- Equipos Técnicos del Programa de Acciones Compensatorias en Educación del Ministerio de Educación. Matemática 6. Buenos Aires, Argentina. Ministerio de Educación de la Nación.
- Meana, M.G. Matemática: Iniciación al Álgebra. Ministerio de Educación de la Nación. Buenos Aires, Argentina.
- Tapia, C; Tapia, A; Vázquez, N. (1994). Matemática 2. Buenos Aires, Argentina. Estrada.